Procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática[1]

Numerical magnitude processing and mathematical achievement

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2017-381-383

Josetxu Orrantia
Sara San Romualdo
Rosario Sánchez
Laura Matilla
Universidad de Salamanca
David Muñez
National Institute of Education. Center for Research in Child Development (Singapur)
Lieven Verschaffel
Katholieke Universiteit Leuven. Center for Instructional Psychology and Technology

Resumen

Recientes investigaciones sugieren que las diferencias individuales en ejecución matemática están relacionadas con las habilidades de procesamiento numérico básico, tales como la capacidad para procesar magnitudes numéricas. Una cuestión clave en este reciente campo de investigación es qué habilidades relacionadas con el procesamiento de magnitudes predicen la ejecución en matemáticas, el procesamiento de magnitudes no simbólicas o el acceso a esas magnitudes desde los números simbólicos. En este estudio extendemos esta investigación analizando el rol del tamaño de las magnitudes utilizando un diseño predictivo longitudinal. Cincuenta y dos participantes de 1º de

(1) Este trabajo fue realizado como parte del proyecto financiado PSI2015-66802-P del Ministerio de Economía y Competitividad

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

Educación Primaria fueron evaluados en tareas de procesamiento de magnitudes numéricas, tanto simbólicas como no simbólicas con cantidades grandes y pequeñas, y dos años después se les evaluó en ejecución matemática. Los análisis de regresión jerárquica muestran que el procesamiento de magnitudes simbólicas de cantidades grandes (dos dígitos) es un predictor más robusto de la futura ejecución matemática que las demás medidas de procesamiento de magnitudes. Estos resultados se interpretan en términos de sus implicaciones educativas, específicamente en aspectos relacionados con la identificación temprana de estudiantes en riesgo de presentar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, algo prioritario en cualquier sistema educativo desde el punto de vista de la prevención.

Palabras clave: ejecución matemática, educación primaria, procesamiento numérico, procesamiento de magnitudes numéricas, sistema numérico aproximado

Abstract

Recent research suggests that individual differences in mathematics are related to the ability to basic number processing skills, such as the ability to process numerical magnitudes. A key question in this emerging field of research is which skills related to the magnitude processing predict the mathematical competence: either no symbolic magnitude processing, or the access to those magnitudes from the symbolic numbers. The present study extended this research by investigating the role of the size of the quantities (small vs. large). Fifty-two children were assessed on nonsymbolic and symbolic magnitude processing measures at the start of formal schooling and mathematics achievement was evaluated two years later. Hierarchical regression analyzes showed that large symbolic magnitude processing was a stronger predictor of future mathematical achievement compared to the other magnitude processing measures. These results were interpreted in terms of their educational implications, specifically in the use of screening tools for identifying children with difficulties in mathematics.

Keywords: mathematical achievement, elementary school, numerical processing, numerical magnitude processing, approximate number system

Introducción

El estudio de las diferencias individuales en matemáticas ha producido un importante número de investigaciones centradas en analizar qué factores subyacen a dichas diferencias, factores que van desde habilidades

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

cognitivas de dominio general, relacionadas, entre otras, con la memoria de trabajo, las funciones ejecutivas o la velocidad de procesamiento, hasta habilidades específicas del dominio matemático (LeFevre, Wells, y Sowinski, 2016). Entre estas últimas, el procesamiento de magnitudes numéricas ha generado un considerable número de estudios en el último lustro (véase Lyons y Ansari, 2015, para una revisión), planteándose la hipótesis de que las habilidades para procesar y representar magnitudes numéricas se relacionan con la ejecución en matemáticas. El presente artículo pretende analizar dicha cuestión. Concretamente, el objetivo de este trabajo es analizar, en un estudio longitudinal, hasta qué punto las diferencias individuales en el procesamiento y representación de magnitudes numéricas, en niños que están comenzando con el aprendizaje formal de la aritmética, predice la ejecución aritmética dos años después, cuando se han consolidado las habilidades aritméticas básicas. En lo que sigue se revisan las investigaciones más recientes relacionados con esta cuestión, para, desde las limitaciones encontradas en las mismas, presentar el actual estudio.

Procesamiento de la magnitud numérica y ejecución matemática

Hay evidencias de que el ser humano (al igual que otras especies animales) está dotado de un mecanismo que le permiten representar y procesar magnitudes numéricas no simbólicas desde que nace (Dehaene, 2011). Este mecanismo es conocido como sistema numérico aproximado (SNA en adelante), un sistema primitivo de representación no verbal que permite a los individuos discriminar magnitudes de manera aproximada y cuyo desarrollo no depende de una enseñanza explícita (Feigenson, Dehaene, y Spelke, 2004). La ejecución en discriminación entre magnitudes se rige por la ley de *Weber,* según la cual la discriminación entre dos magnitudes depende de su ratio más que de su diferencia absoluta. La tarea más ampliamente utilizada para analizar la precisión del SNA ha sido la comparación de magnitudes no simbólicas (e.g., Libertu, Feigenson y Halberda, 2011), en la que se presenta a los participantes dos conjuntos de puntos para decidir dónde hay más. En esta tarea, el tiempo de respuesta y los errores disminuyen cuando la ratio o la distancia entre las magnitudes aumenta. Se asume que las magnitudes se representan de una manera aproximada (i.e., como una distribución Gaussiana alrededor de una magnitud específica) a lo largo de una hipotética línea numérica mental, y que los efectos de ratio y distancia se producen por un mayor solapamiento representacional de las magnitudes más cercanas. En este sentido, el tamaño de los efectos de distancia y ratio se consideran indicadores de la precisión de las representaciones de la magnitud numérica, y dicho tamaño disminuye con la edad, llevando a representaciones cada vez más precisas (Halberda y Feigenson, 2008).

A pesar de que el SNA se diferencia de los sistemas numéricos simbólicos que permiten representar cantidades de manera precisa, se ha sugerido que el SNA es la base sobre la que se asientan las habilidades numéricas simbólicas (Dehaene, 2011). Se ha propuesto que cuando se aprenden los símbolos para representar números, éstos adquieren significado cuando se proyectan en el SNA preexistente (e.g., Barth, Starr y Sullivan, 2009; Lipton y Spelke, 2005; Mundy y Gilmore, 2009; pero ver Reynvoet y Sasanguie, 2016, para una explicación alternativa). De hecho, los efectos de distancia y ratio también se producen en tareas de comparación de magnitudes simbólicas (en este caso la tarea es comparar dígitos arábigos para decidir cuál es mayor), lo que sugeriría también un solapamiento representacional en la línea numérica mental cuando se accede a la magnitud desde los números simbólicos. Aunque no está claro cómo se lleva a cabo la proyección de los símbolos en el SNA (ver Leibovich y Ansari, 2016, para una revisión de esta cuestión), se ha sugerido que el SNA juega un importante rol en el aprendizaje de las matemáticas simbólicas, y que por lo tanto las diferencias individuales en la ejecución del SNA se relacionan con las diferencias individuales en la ejecución matemática, aunque los resultados no son concluyentes (Lyons y Ansari, 2015).

Así, dos recientes meta-análisis (Chen y Li, 2014; Fazio, Bailey, Thompson, y Siegler, 2014) han mostrado una relación moderada, aunque significativa, entre el procesamiento de la magnitud numérica no simbólica y la ejecución en aritmética. Sin embargo, cuando se analizan conjuntamente el procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas con magnitudes numéricas simbólicas, los resultados son menos concluyentes. Por ejemplo, De Smedt, Noël, Gilmore y Ansari (2013) llevaron a cabo una revisión narrativa mostrando que solo el 44% de los estudios empíricos analizados en dicha revisión presentaron una relación significativa entre ejecución en aritmética y procesamiento de la magnitud numérica no simbólica, mientras que el 76% de los estudios

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

relevaron una asociación significativa con el procesamiento de la magnitud numérica simbólica. De la misma manera, otro reciente meta-análisis de Schneider et al. (en prensa) que incluyó tanto medidas de comparación de magnitudes numéricas no simbólicas como simbólicas reveló que el tamaño del efecto fue significativamente más grande para la asociación entre ejecución aritmética y comparación de magnitudes simbólicas.

Por lo tanto, los estudios han convergido en que el procesamiento de la magnitud numérica puede ser la base sobre la que se asienta el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, los resultados de estos estudios no son concluyentes acerca de si es el procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas (e.g., puntos), el procesamiento de magnitudes numéricas simbólicas, (e.g., dígitos) o ambos, lo que se asocia con la ejecución en matemáticas (Orrantia et al., 2017). Una limitación de los estudios previos es que, en la mayoría de ellos, las tareas de comparación de magnitudes simbólicas incluyeron números entre 1 y 9 (Xenidou-Dervou, Molenaar, Ansari, van der Schoot, y van Lieshout, 2016). Sin embargo, el desarrollo del conocimiento de la magnitud numérica implica representaciones cada vez más precisas de un rango cada vez más amplio de números sobre la hipotética línea numérica mental (véase la Teoría Integrada del desarrollo numérico de Siegler, 2016). En este sentido, niños con representaciones relativamente precisas de números pequeños (por ejemplo, de un dígito), pueden presentar representaciones menos precisas de números más grandes (por ejemplo, de dos dígitos). Esto ha sido demostrado tanto en tareas de comparación de magnitudes simbólicas (e.g., Ashkenazi, Mark-Zigdon, y Henik, 2009), como en tareas de estimación en la línea numérica. En el caso de la recta numérica, el nivel de ejecución refleja la habilidad del participante para trasladar números simbólicos a magnitudes no simbólicas. Así, los participantes tienen que situar un número en una línea con 0 en un extremo y 10 o 100 en el otro (e.g., Bertelletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, y Zorzi, 2010). Por lo tanto, es importante analizar hasta qué punto el procesamiento de magnitudes numéricas se relaciona con la ejecución aritmética en tareas que incluyan números de dos dígitos, especialmente al inicio de la escolaridad formal, periodo educativo en el que se adquieren estos números.

El único estudio hasta la fecha que ha analizado esta cuestión con participantes que están comenzando con el aprendizaje formal de las matemáticas fue el llevado a cabo por Xenidou-Dervou et al. (2016)[2]. Estos autores desarrollaron un estudio longitudinal en el que utilizaron tareas de comparación de magnitudes numéricas simbólicas y no simbólicas con cantidades pequeñas y grandes (1–9 vs. 6–70). Aplicaron estas pruebas a participantes en tres años sucesivos: Educación Infantil (*Kindergarten*), primero y segundo curso de Educación Primaria. Además, evaluaron la ejecución en matemáticas al final del segundo curso. Sus resultados mostraron que las distintas medidas utilizadas siguieron distintas trayectorias evolutivas, pero lo que es más importante, la comparación de magnitudes simbólicas con cantidades grandes fue el predictor más robusto de la ejecución en matemáticas, incluso por encima de la inteligencia. No obstante, las medidas utilizadas en las tareas de comparación de magnitudes fueron porcentaje de aciertos y tiempo de reacción (TR en adelante), que en el caso de las tareas simbólicas pueden reflejar el acceso al SNA desde los números simbólicos o, alternativamente, la eficacia para procesar información numérica simbólica *per se* (De Smedt et al., 2013). En este sentido, sería importante analizar hasta qué punto otras medidas más relacionadas con el acceso a la representación de la magnitud, como el efecto de distancia, son predictores de la ejecución en matemáticas. Además, la combinación de distintos tipos de medidas en un mismo estudio permitiría analizar cuánto de la varianza de la ejecución en matemáticas se atribuye a las diferencias individuales en la representación de la magnitud subyacente y cuánto a la eficacia para procesar magnitudes.

En este contexto, el objetivo de este estudio fue analizar hasta qué punto el procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas o simbólicas predice la futura ejecución en matemáticas más allá de factores no numéricos, y si esta predicción depende de la numerosidad de las cantidades. Para ello se utilizaron tareas de comparación (simbólicas y no simbólicas y con cantidades pequeñas y grandes), ya que son las tareas usadas más frecuentemente para evaluar el procesamiento de magnitudes numéricas. Además, de cada tarea se tomaron dos tipos de medidas, unas relacionadas con la eficacia para procesar magnitudes a partir del porcentaje de errores y TR, y otras que reflejan la precisión

---

(2) Linsen, Verschaffel, Reynvoet, and De Smedt (2014) también analizaron la relación entre el procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática con cantidades pequeñas y grandes, pero su estudio se realizó con participantes de un nivel educativo más alto y se basó en datos transversales.

Revista de Educación, 381. Julio-Septiembre 2018, pp. 133-154
Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

de, o el acceso a, la representación de la magnitud. Para investigar si la asociación entre procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática fue específica, también se administró un test de habilidades cognitivas generales junto con una tarea computarizada de velocidad de procesamiento. Dado que la asociación entre procesamiento de magnitudes y ejecución en matemáticas puede estar mediatizada por el dominio matemático analizado (i.e., por las medidas de ejecución consideradas, que van desde medidas de ejecución matemática general hasta medidas más específicas como por ejemplo el cálculo simple; ver Schneider et al., 2016), en el presente estudio se administraron dos pruebas de ejecución, una estandarizada de aritmética elemental (resolución de problemas y cálculo simple) y una prueba no estandarizada que evalúa flexibilidad en el uso de los números para utilizar el conocimiento conceptual de las propiedades aditivas.

Método

Participantes

En el estudio participaron 55 estudiantes de primer curso de Educación Primaria con una media de edad de 75 meses (DT = 4 meses). Los participantes pertenecieron a dos aulas de un mismo colegio concertado ubicado en una zona de nivel sociocultural medio de la ciudad de Salamanca. Tres participantes fueron excluidos por no completar todas las tareas, por lo que todos los análisis estadísticos presentados más adelante se ejecutaron sobre una muestra de 52 estudiantes (24 niñas y 28 niños). Los padres de los participantes dieron su consentimiento por escrito y se siguieron las normas del Comité de Bioética de la Universidad en la que se desarrolló el estudio.

Instrumentos

Comparación de magnitudes grandes no simbólicas (CMGNS)

Esta es la tarea más ampliamente utilizada para medir la precisión del SNA. Los participantes tenían que elegir el más numeroso de dos conjuntos de puntos presentados simultáneamente a ambos lados de una pantalla de ordenador (15 pulgadas) apretando las teclas S (más numeroso a la izquierda) o L (más numeroso a la derecha). El rango de numerosidad fue desde 6 a 60 puntos con tres ratios diferentes (.50, .66 y .75). La prueba constó de 90 ensayos (30 por ratio) divididos en dos bloques más 5 ensayos de práctica. Cada ensayo comenzó con un punto de fijación (1000 ms) seguido por los conjuntos de puntos que permanecieron un tiempo limitado en la pantalla (1500 ms) para evitar conteo. Para prevenir el uso de indicios no numéricos en las respuestas, en la mitad de los ensayos el tamaño de los puntos y el área total correlacionó positivamente con la numerosidad (i.e., a mayor numerosidad mayor tamaño de los puntos y mayor área ocupada) y en la otra mitad correlacionó negativamente (i.e., a mayor numerosidad menos tamaño de los puntos y menor área ocupada).

Comparación de magnitudes grandes simbólicas (CMGS)

En esta tarea los participantes tenían que comparar un número arábigo presentado en el centro de la pantalla de un ordenador con un número de referencia fijo (55), apretando la tecla de la derecha (L) si el número era mayor y la tecla de la izquierda (S) si el número era menor. Se presentaron todos los números entre 31 y 79 (excepto el estándar 55) dos veces, dando un total de 96 estímulos divididos en dos bloques más 5 ensayos de práctica. Cada ensayo fue precedido de un punto de fijación (1000 ms) seguido por el número que permaneció en la pantalla hasta la respuesta del participante.

Comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas (CMPNS)

Los participantes tenían que comparar el más numeroso de dos conjuntos de cuadrados presentados simultáneamente a ambos lados de una pantalla de ordenador, apretando las teclas S (más numeroso a la izquierda) o L (más numeroso a la derecha). Se presentaron 72 ensayos (más cinco de práctica) con combinaciones de 1 a 9 cuadrados con distancias entre conjuntos de 1 a 6. Para asegurar que las respuestas no se basaran en indicios no numéricos, el área individual, el área total y

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

la densidad de los cuadrados se variaron sistemáticamente. Cada ensayo comenzó con un punto de fijación (1000 ms) seguido por los conjuntos de cuadrados que permanecieron en la pantalla hasta la respuesta. Los participantes fueron instruidos a responder tan rápida y exactamente como fuera posible sin contar.

Comparación de magnitudes pequeñas simbólicas (CMPS)

Esta tarea fue similar a la comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas sustituyendo los conjuntos de cuadrados por los números arábigos correspondientes a cada numerosidad.

Ejecución matemática

La competencia matemática se evaluó a partir de las pruebas de Cálculo Numérico y Problemas Numérico-Verbales de la Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales (BADyG; Yuste, Yuste, Martínez, y Galve, 2012).

Adicionalmente se administró una prueba no estandarizada de resolución de problemas aritméticos a través de cálculo mental (CM en adelante), en la que los participantes necesitaron hacer un uso flexible de los números desde la comprensión de su magnitud para llegar al resultado. La prueba constó de 12 problemas de un paso de las categorías de Cambio 1, 2 y 3 (de acuerdo al esquema de clasificación de Riley, Greeno, y Heller, 1983) con la pregunta al inicio del enunciado. La mitad de los problemas se podían resolver simulando directamente la acción descrita en el problema (Brissiaud y Sander, 2010), como en "Cuántas canicas tiene Pedro ahora, si al principio de una partida tenía 42 canicas y después perdió 3"; en este ejemplo se puede simular la acción restando directamente el sustraendo desde el minuendo. En la otra mitad de los problemas fue necesario hacer uso del conocimiento conceptual de los principios aritméticos, como la conmutatividad o la relación inversa entre suma y resta, para llegar al resultado, como en, "Cuántas canicas tiene Pedro ahora, si al principio de una partida tenía 42 canicas y después perdió 39"; en este caso una simulación directa de la acción implicaría un alto costo cognitivo (Brissiaud y Sander, 2010), mientras que a partir del principio de inversión se puede determinar rápidamente cuánto

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

hay que añadir al sustraendo para llegar al minuendo. Para asegurar el uso de estas estrategias solo se permitió 6 s para la resolución de cada problema. Por ello, uno de los números (o ambos) fue entre 30 y 70 y el otro (o la distancia entre ambos números grandes) 3 o 4, y la operación siempre implicó cambio de decena.

Tareas de control

Habilidad intelectual

Para controlar la habilidad intelectual se utilizó el Test ICCE de Inteligencia (Yuste, Franco, y Palacios, 2013), una medida de inteligencia general que incluye factores como el verbal, numérico, espacial y razonamiento lógico.

Velocidad de procesamiento (VP)

Esta tarea se incluyó para controlar la velocidad de respuesta con el teclado del ordenador. Se presentaron dos cuadrados (uno negro y el otro rojo) a ambos lados de la pantalla del ordenador, y los participantes tenían que apretar lo más rápido posible la tecla correspondiente al lado de la pantalla donde apareció el cuadrado rojo. La prueba incluyó 20 ensayos.

Procedimiento y Diseño

Todas las tareas computarizadas se aplicaron individualmente a los participantes en una sala aislada de ruidos en el centro escolar. La presentación de los estímulos y la recogida de datos fueron controlados por el software Cedrus SuperLab™ (www.cedrus.com). La aplicación de estas pruebas se llevó a cabo en el primer curso de Educación Primaria durante los meses de abril y mayo junto con otras tareas no analizadas en este trabajo. Los resultados del test de inteligencia fueron proporcionados por el centro escolar. La ejecución en matemáticas se evaluó en una aplicación colectiva dos años más tarde, en tercero de Educación Primaria. De acuerdo con los objetivos del estudio, y siguiendo la clasificación de Ato, López y Benavente (2013), se realizó un diseño correlacional en el que utilizamos una estrategia asociativa, explorando las relaciones entre las variables estudiadas. Concretamente, se trata de un diseño predictivo

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

longitudinal, en el que analizamos una única muestra tomando medidas en dos momentos diferentes. Para el análisis de los datos se empleó el programa estadístico SPSS Statistic 23.0. En un primer momento se obtuvieron los datos descriptivos de los 52 participantes en cada una de las tareas de comparación de magnitudes y se verificó la presencia de los efectos de ratio y distancia utilizando análisis de varianza de medidas repetidas. Posteriormente se llevaron a cabo análisis de correlación de Pearson y de regresión jerárquica para analizar los efectos de las variables predictoras sobre las variables criterio.

Resultados

Para cada tarea de procesamiento de magnitudes se tomaron las siguientes medidas. En la tarea de comparación de magnitudes grandes no simbólicas se tomó como medida de eficacia la proporción de aciertos. Además, se calculó para cada participante la fracción de Weber, un índice de la precisión de la representación de la magnitud no simbólica, o lo que es lo mismo, la agudeza del SNA (ver procedimiento en Halberda y Feignson, 2008). Una mayor fracción de Weber refleja una menor agudeza del SNA. En la tarea de comparación de magnitudes grandes simbólicas los números se agruparon en 6 distancias (i.e., la distancia 1 incluyó los números 51-54 y 56-59, esto es, 1 a 4 unidades de distancia desde el 55; la distancia 2 incluyó los números 47-50 y 60-63, y así sucesivamente hasta la distancia 6 que incluyó los números 31-34 y 76-79). En cada distancia se calculó un TR ajustado, una medida que combinó velocidad y exactitud, dividiendo el tiempo de respuesta por la proporción de aciertos. A partir de aquí se tomaron dos medidas, una de eficacia (la media de los TR ajustados), y la otra medida reflejo de la precisión de la representación de la magnitud, indicada en el tamaño del efecto de distancia, que se calculó para cada participante a partir de la pendiente de la regresión lineal para los TR ajustados utilizando la distancia como variable predictora. Se asume que la pendiente debería ser negativa, porque a mayor distancia menor TR. Y una mayor pendiente reflejaría una representación de la magnitud menos precisa. Estas mismas medidas de eficacia (media de los TR ajustados) y precisión de la representación de la magnitud (tamaño del efecto de distancia) se calcularon para las dos tareas de comparación de magnitudes pequeñas.

TABLA I. Media (y desviación típica) de TR (ms) y aciertos (proporción) de las tareas de comparación de magnitudes

		DISTANCIA					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
CMGS	TR	1731 (443)	1523 (415)	1430 (418)	1419 (425)	1404 (389)	1350 (419)
	AC	.76 (.16)	.82 (.18)	.86 (.16)	.88 (.13)	.88 (.14)	.91 (.10)
CMPS	TR	1284 (323)	1210 (308)	1155 (257)	1164 (310)	1132 (286)	1091 (276)
	AC	.88 (.12)	.90 (.10)	.94 (.06)	.95 (.05)	.95 (.05)	.97 (.03)
CMPNS	TR	1332 (360)	1251 (363)	1148 (287)	1121 (237)	159 (249)	158 (250)
	AC	.80 (.14)	.89 (.11)	.92 (.09)	.95 (.08)	.97 (.07)	.97 (.07)
		RATIO					
		0.75	**0.75**	**0.75**			
CMGNS	AC	.76 (.12)	.65 (.10)	.62 (.10)			

Nota: CMGS = comparación de magnitudes grandes simbólicas; CMPS = comparación de magnitudes pequeñas simbólicas; CMPNS = comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas; CMGNS = comparación de magnitudes grandes no simbólicas.

Para verificar la presencia de los efectos de ratio y distancia en las tareas de comparación de magnitudes se llevaron a cabo análisis de varianza de medidas repetidas, con la ratio (3 niveles: 0.50, 0.66 y 0.75) y distancia (6 niveles: de distancia 1 hasta 6) como factores intra-sujetos. Como se esperaba, en la tarea de comparación de magnitudes grandes no simbólicas hubo un efecto de ratio, $F(2, 102) = 60.82$, $p < .0001$, $\eta^2 = .54$, indicando que la proporción de aciertos disminuyó con el aumento de la ratio (ver Tabla 1). De la misma manera, en las demás tareas de comparación de magnitudes hubo un efecto de distancia ($F(5, 255) = 20.09$, $p < .0001$, $\eta^2 = .28$; $F(5, 255) = 19.31$, $p < .0001$, $\eta^2 = .27$; y $F(5, 255) = 62.06$, $p < .0001$, $\eta^2 = .55$, para comparación de magnitudes grandes simbólicas, comparación de magnitudes pequeñas simbólicas y comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas, respectivamente). Esto efectos de distancia mostraron que los TR ajustados disminuyeron a medida que aumentó la distancia (ver Tabla 1). Estos mismos efectos han sido encontrados sistemáticamente en los estudios previos sobre el tema.

Para analizar la relación entre las distintas medidas de procesamiento de magnitudes y la ejecución en matemáticas se calcularon coeficientes de correlación de Pearson (Tabla 2). No se observó ninguna correlación

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

significativa entre las medidas de comparación de magnitudes grandes no simbólicas y ejecución en matemáticas. Las demás medidas relacionadas con la comparación de magnitudes correlacionaron significativamente con las dos tareas de ejecución en matemáticas, excepto el índice de eficacia de comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas, que no correlacionó con la tarea de CM. Respecto a las demás medidas, una ejecución más alta en matemáticas se asoció con más rápidos TR y un menor tamaño del efecto distancia.

TABLA II. Correlaciones de Pearson entre las distintas variables

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 BADyG.	_	81**	.08	-.08	-.57**	.45**	-.38**	.38**	-.48**	.34*
2 CM			-.01	-.20	-.57**	.48**	-.20	.35*	-.34*	.35*
3 CMGNS (E)			_	.83**	-.02	-.18	-.24	.19	-.14	-.05
4 CMGNS (w)				_	.09	-.18	-.17	.02	.04	-.17
5 CMGS (E)					_	-.29*	.41**	-.46**	.50**	-.54**
6 CMGS (ID)						_	-.18	.03	-.14	.07
7 CMPNS (E)							_	-.70**	.55**	-.31*
8 CMPNS (ID)							_	-.48**	.48**	
9 CMPS (E)									_	-.40**
10 CMPS (ID)										_

Nota: CMGNS = comparación de magnitudes grandes no simbólicas; E = eficacia; w = fracción de Weber; CMGS = comparación de magnitudes grandes simbólicas; ID = índice de distancia; CMPNS = comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas; CMPS = comparación de magnitudes pequeñas simbólicas.
* $p < .05$ * $p < .01$

Por último, para analizar la contribución de cada una de las medidas procesamiento de magnitudes a la varianza en ejecución en matemáticas se llevaron a cabo dos análisis de regresión jerárquica (Tabla 3). Estos análisis fueron calculados para cada medida de ejecución matemática por separado. En el Paso 1 se incluyeron inteligencia y velocidad de procesamiento para controlar las habilidades cognitivas generales. En el Paso 2, se incluyeron las medidas de procesamiento de magnitudes que mostraron una correlación significativa con la ejecución en matemáticas.

La inclusión de todas las medidas en un único bloque permitió distinguir la varianza en ejecución aritmética atribuible a las medidas de procesamiento de magnitudes más allá de la varianza explicada por las habilidades cognitivas generales.

TABLA III. Análisis de regresión jerárquica prediciendo las dos medidas de ejecución matemática

	BADyG				CM			
Paso	Predictor	ß	t	R^2	Predictor	ß	t	R^2
1	Inteligencia	.22	1.81[a]	.29	Inteligencia	.32	2.69*	.35
	VP	-.07	-.43		VP		.06	.44
2	CMPNS (E)	-.02	-.10	.52	CMPNS (ID)	.10	.79	.54
	CMPNS (ID)	.09	.55		CMPS (E)	-.10	-.80	
	CMPS (E)	-.26	-1.88[b]		CMPS (ID)	.06	.48	
	CMPS (ID)	-.01	-.08		CMGS (E)	-.31	-1.77[c]	
	CMGS (E)	-.20	-1.12		CMGS (ID)	.26	2.22*	
	CMGS (ID)	.26	2.19*					

Nota: VP, velocidad de procesamiento; CMPNS = comparación de magnitudes pequeñas no simbólicas; E = eficacia; ID = índice de distancia; CMPS = comparación de magnitudes pequeñas simbólicas; CMGS = comparación de magnitudes grandes simbólicas;
* $p < .05$ [a] $p = .08$ [b] $p = .06$ [c] p = .08

En el primer análisis de regresión jerárquica, el modelo completo explicó el 52% de la varianza en el BADyG, $F(8, 43) = 5.72$, $p < .0001$, y las medidas de procesamiento de magnitudes añadieron un 23% más allá de las variables de control, $F(6, 43) = 3.34$, $p < .001$. No obstante, solo el índice de distancia en la tarea de comparación de magnitudes grandes simbólicas fue un predictor significativo, y la eficacia para comparar magnitudes pequeñas simbólicas se aproximó a la significatividad. En el segundo análisis de regresión jerárquica, el modelo completo explicó el 54% de la varianza de CM, $F(7, 44) = 7.43$, $p < .0001$, y las medidas de procesamiento de magnitudes añadieron un 19% a la varianza explicada por las variables de control, $F(5, 44) = 3.63$, $p < .001$. En este caso, otra vez el índice de distancia en la comparación de magnitudes grandes simbólicas fue el único predictor significativo, con la eficacia para procesar

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

magnitudes grandes simbólicas aproximándose a la significatividad. Por último, dado que las medidas correlacionaron entre sí, se llevó a cabo un análisis de colinealidad. Los factores de inflación de la varianza (FIV) se encontraron dentro de un rango aceptable (todos los FIVs < 3).

Discusión y Conclusiones

Investigaciones recientes han mostrado que la habilidad para procesar y representar magnitudes numéricas se relaciona con la ejecución en matemáticas, aunque hay controversia sobre el rol que juega el procesamiento de magnitudes no simbólicas y simbólicas en esta relación. Una limitación de estas investigaciones es que la mayoría de ellas han utilizado tareas que incluyen cantidades pequeñas (de un dígito), especialmente cuando se utilizan tareas de comparación de magnitudes simbólicas. Sin embargo, el conocimiento de las magnitudes numéricas simbólicas se expande evolutivamente desde números pequeños a números mayores (Siegler, 2016), por lo que resulta necesario analizar hasta qué punto existe una relación entre procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución en matemáticas cuando se utilizan cantidades mayores, especialmente en el periodo educativo en el que se están aprendiendo estas cantidades. Este estudio se diseñó para analizar esta cuestión. Específicamente, se diseñaron tareas de comparación de magnitudes no simbólicas y simbólicas que incluyeron cantidades pequeñas y grandes para analizar la contribución de cada una de ellas a la futura ejecución en matemáticas. Globalmente, los resultados mostraron que las habilidades para procesar magnitudes simbólicas al inicio de la escolaridad formal se relacionan longitudinalmente con la futura ejecución matemática, y que estas relaciones fueron independientes de habilidades cognitivas generales tales como la habilidad intelectual y la velocidad de procesamiento. No obstante, estas relaciones dependieron de las medidas de procesamiento de magnitudes utilizadas y la ejecución matemática analizada.

Considerando la contribución de las medidas en función del formato no simbólico vs. simbólico, los resultados mostraron que el procesamiento de magnitudes no simbólicas grandes no correlacionó con la ejecución en matemáticas, y aunque las medidas de procesamiento de magnitudes no simbólicas pequeñas correlacionaron significativamente con la ejecución matemática (excepto la medida de eficacia con CM), estas relaciones se eliminaron una vez controladas las habilidades cognitivas generales y las habilidades de procesamiento numérico simbólico. Estos resultados corroboran los encontrados en otros estudios en los que se ha comprobado que cuando se analiza la asociación entre procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática combinando medidas de procesamiento de magnitudes simbólicas y no simbólicas, solo las simbólicas predicen la varianza en ejecución matemática (e.g., Lyons, Price, Vaessen, Blomert, y Ansari, 2014; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, y Reynvoet, 2013). Sin embargo, los resultados del presente estudio van más allá de los encontrados en los estudios previos al demostrar que el predictor más robusto de la futura ejecución en matemáticas fue la comparación de magnitudes simbólicas grandes. Esto es consistente con el trabajo de Xenidou-Dervou et al. (2016), quienes encontraron resultados similares en su estudio longitudinal. Pero aun así el presente estudio también añade nueva información, ya que no fue tanto la medida de eficacia para procesar magnitudes simbólicas grandes, sino el tamaño del efecto de distancia, lo que mejor predijo la futura ejecución matemática, indicando que un menor tamaño del efecto de distancia se asoció con una ejecución matemática más alta. Dado que se asume que un menor efecto distancia refleja proyecciones más exactas entre los números arábigos y las magnitudes que representan, estos resultados sugieren que contar con buenas conexiones entre los números y sus significados juega un rol importante en el aprendizaje de las matemáticas. Es interesante notar que Linsen, Verschaffel, Reynvoet, y De Smedt (2014) también encontraron una asociación entre el procesamiento de magnitudes numéricas y la ejecución matemática utilizando tareas que incluyeron magnitudes grandes, pero solo en las medidas de eficacia (i.e., aciertos y TR), mientras que esta asociación no fue evidente cuando consideraron el tamaño del efecto de distancia. No obstante, este estudio se basó en datos transversales, y lo que es más importante, se realizó con participantes de un nivel educativo más alto (tercer curso) que los participantes del presente estudio (primer curso). Esto sugeriría que cuando hay un mayor conocimiento de los números de dos cifras, esto es, representaciones más exactas de los números simbólicos, la eficacia procesando esos números se asociaría con la ejecución matemática. Los niños más jóvenes de primer curso, sin embargo, están comenzando a proyectar los números de dos dígitos en las representaciones de la magnitud, lo que podría explicar

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

por qué el acceso a esas representaciones es más sensible a predecir la ejecución matemática.

Por lo que se refiere a los resultados obtenidos en función de la ejecución matemática evaluada, aunque estos fueron muy similares, posiblemente debido a la alta correlación positiva entre ambas medidas de ejecución (ver Tabla 2), también se encontró alguna diferencia a considerar. A pesar de que el mejor predictor en ambas medidas de ejecución fue el tamaño del efecto de distancia en la comparación de magnitudes simbólicas grandes, la eficacia para comparar magnitudes simbólicas pequeñas mostró una tendencia a la significatividad ($p = .06$), pero solo en el BADyG. Una posible explicación se puede encontrar en el hecho de que este test evalúa aritmética con tareas que incluyen fundamentalmente números de un dígito, especialmente en el cálculo numérico. Esto es consistente con un reciente estudio en el que se demostró, con participantes que estaban comenzando la escolaridad formal, que la eficacia para comparar magnitudes simbólicas pequeñas (con una tarea idéntica a la del presente estudio) predijo la futura ejecución en una tarea de cálculo con operaciones de un dígito (Vanbinst, Ghesquière, y De Smedt, 2015). La tarea de CM, sin embargo, es una medida de ejecución en la que cobra más relevancia el procesamiento de números de dos dígitos, de ahí que las únicas medidas que predijeron fueron las de comparación de magnitudes simbólicas grandes, posiblemente debido a que un uso flexible de los principios aritméticos, como el principio de inversión, requiere una buena comprensión de las magnitudes de los números involucrados (Linsen et al., 2014).

El presente estudio tiene limitaciones motivadas principalmente por el tamaño de la muestra, lo que hace que las conclusiones deban ser tomadas con cautela. No obstante, la muestra fue bastante homogénea, al ser seleccionada de dos clases un mismo centro con métodos de enseñanza y currículos idénticos, y los resultados consistentes con los encontrados en estudios previos. Aún con esta limitación en mente, los resultados obtenidos tienen algunas implicaciones educativas. Dado que una buena comprensión de los números en términos de sus magnitudes puede ser útil para la futura ejecución en matemáticas, sería interesante desarrollar instrumentos de evaluación que permitieran analizar las diferencias individuales en esta competencia básica, así como identificar tempranamente estudiantes en riesgo de presentar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, algo prioritario en cualquier sistema educativo desde el punto de vista de la prevención. En cierto sentido, este planteamiento se inspira en el tremendo desarrollo llevado a cabo en el dominio de la lectura, donde otra competencia básica como el procesamiento fonológico subyace a las diferencias individuales en el aprendizaje de la lectura (Melby-Lervag, Lyster, y Hulme, 2012), y juega un importante rol en la detección de estudiantes en riesgo, lo que ha llevado a diseñar test que incluyen medidas relacionadas con esta importante competencia. En el caso de las matemáticas, y a pesar de la importancia demostrada por el procesamiento de la magnitud numérica en relación a la ejecución matemática, los actuales test no incluyen esta competencia entre los aspectos evaluados, y cuando lo hacen, el número de ítems es relativamente escaso y sin condiciones cronometradas. Esto último es importante, porque lo que se relaciona con la ejecución matemática no es tanto procesar magnitudes en sí mismo, sino la rapidez para acceder a esas magnitudes bajo condiciones de tiempo limitado. No obstante, las medidas desarrolladas en los estudios previos (incluyendo el presente estudio) para analizar las habilidades de procesamiento de magnitudes se han basado en tareas aplicadas con ordenador, las cuales permiten recoger el tiempo de respuesta pero que no siempre son adecuadas para su uso en contextos educativos, especialmente por el tiempo de aplicación que consumen y la necesidad de contar con software especializado. En este contexto, Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans, y Ansari (2013) diseñaron una tarea rápida (2 minutos) de lápiz y papel para evaluar la habilidad para comparar magnitudes con cantidades pequeñas (de 1 a 9) bajo restricción de tiempo (i.e., número de ítems respondidos correctamente en un periodo de tiempo), y comprobaron que la ejecución en esta tarea se relacionó con la ejecución en matemáticas. Los resultados del presente estudio indicarían que se podrían diseñar tareas similares incluyendo cantidades grandes de dos dígitos. Estas tareas tienen la ventaja de la rápida aplicación dentro del aula y con una mínima instrucción, lo que permitiría la detección temprana de estudiantes en riesgo (Brankaer, Ghesquière, y De Smedt, 2017).

Además de las implicaciones relacionadas con la evaluación, los resultados del presente estudio también tienen implicaciones para la práctica educativa, ya que, si una adecuada comprensión del significado de los números predice la ejecución matemática, sería importante orientar una parte de la enseñanza a reforzar las habilidades de procesamiento de magnitudes numéricas de los aprendices como preparación para

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

el aprendizaje de contenidos matemáticos más complejos. Aunque la investigación en este campo aún no ha aportado resultados concluyentes (De Smedt et al., 2013; Schneider et al., en prensa), algunos currículos de matemáticas han comenzado a incorporar actividades relacionando números con magnitudes como parte de la enseñanza inicial de las matemáticas. Como ejemplo paradigmático de esta propuesta es el proyecto editorial *My Pals are here*[3] de Singapur, en el que se refuerza la habilidad de los estudiantes para procesar magnitudes numéricas a través de actividades que conectan símbolos numéricos con sus significados.

Referencias

Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., y Henik, A. (2009). Numerical distance, effect in developmental discalculia. *Cognitive Development, 24*, 387-400.

Ato, M., & López, J., & Benavente, A. (2013). Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología. *Anales de Psicología, 29*, 1038-1059.

Barth, H., Starr, A., y Sullivan, J. (2009). Children's mappings of large number words to numerosities. *Cognitive Development*, *24*, 248-264.

Bertelletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., y Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology, 46*, 545–551.

Brankaer, C., Ghesquière, P., y De Smedt, B. (2017). Symbolic magnitude processing in elementary school children: A group administered paper-and-pencil measure (SYMP Test). *Behavior Research Methods, 49*, 1361-1373.

Brissiaud, R., y Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving: a Situation Strategy First framework. *Developmental Science, 13*, 92-107.

Chen, Q., y Li, J. (2014). Association between individual differences in nonsymbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica, 148*, 163–172.

[3] Este Proyecto ha sido desarrollado por la editorial Marshall Cavendish para los libros de texto más utilizados en Singapur.

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., y Ansari, D. (2013). How do symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*, 48–55.

Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., y Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 123*, 53–72.

Feigenson, L., Dehaene, S., y Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*, 307–314.

Halberda, J., y Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the 'number sense': The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*, 1457–1465.

Lefevre, J-O., Wells, E., y Sowinski, C. (2016). Individual differences in basic arithmetical processes in children and adults. En R. Cohen KAdosh y A. Dowker (Eds.), The Oxford handbook of numerical cognition ((pp. 895-914). Oxford: Oxford University Press.

Leibovich, T., y Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, *70*, 12-23.

Libertus, M. E., Feigenson, L., y Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science, 14*, 1292-1300.

Lipton, J. S., y Spelke, E. S. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*, *76*, 978-988.

Linsen, S., Verschaffel, L., Reynvoet, B., y De Smedt, B. (2014). The association between Children's numerical magnitude processing and mental multi-digit subtraction. *Acta Psychologica, 145*, 75-83.

Lyons, I. M., y Ansari, D. (2015). Foundations of Children's Numerical and Mathematical Skills: The Roles of Symbolic and Nonsymbolic Representations of Numerical Magnitude. En J. B. Benson (Ed.), *Advances in Child Development and Behavior*, Vol. 48, (pp. 93-116). Burlington: Academic Press.

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., y Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science, 17*, 714-726.

Melby-Lervåg, M., Lyster, S. H., y Hulme, C. (2012) Phonological skills and their role in learning to read: A Meta-Analytic Review. *Psychological Bulletin, 138*, 322–352.

Mundy, E., y Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 490–502.

Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, Evans, B. y Ansari, D. (2013). A two-minute paper-and-pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school children's arithmetic competence. *PLoS ONE, 8(7)*, e67918.

Orrantia, J., San Romualdo, S., Matilla, L., Sánchez, R., Múñez, D. y Verschaffel, L. (2017). Marcadores nucleares de la competencia aritmética en preescolares. *Psychology, Society, & Education, 9*, 121-124.

Reynvoet, B., y Sasanguie, D. (2016). The symbol grounding problem revisited: a thorough evaluation of the ANS mapping account and the proposal of an alternative account based on symbol-symbol associations. *Frontiers in Psychology, 7*:1581.

Riley, N. S., Greeno, J., y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., y Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology, 114*, 418-431.

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., y De Smedt, B. (en prensa). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science*. doi:10.1111/desc.12372.

Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: the common core of numerical development. *Developmental Science, 19*, 341-361.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., y De Smedt, B. (2015). Does numerical processing uniquely predict first graders' future development of single-digit arithmetic? *Learning and Individual Differences, 37*, 153-160.

Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., y van Lieshout, E. C. D. M. (en prensa). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction*. http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.11.001

Yuste, C., Franco, J., y Palacios, J. M. (2013). *Test ICCE de Inteligencia*. Madrid: ICCE Publicaciones.

Yuste, C., Yuste, D., Martínez, R. y Galve, J. L. (2012). BADyG. Batería de Aptitudes Generales y Diferenciales. Madrid: CEPE.

Información de contacto: Josetxu Orrantia. Universidad de Salamanca. Facultad de Educación. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Pº de Canalejas, 169. 37008 Salamanca. E-mail: orrantia @usal.es

Recibido: 04-07-2017 Aceptado: 24-02-2018

Numerical magnitude processing and mathematics achievement[1]

Procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2017-381-383

Josetxu Orrantia
Sara San Romualdo
Rosario Sánchez
Laura Matilla
Universidad de Salamanca
David Muñez
National Institute of Education. Center for Research in Child Development (Singapore)
Lieven Verschaffel
Katholieke Universiteit Leuven. Center for Instructional Psychology and Technology

Abstract

Recent research suggests that individual differences in mathematics achievement relate to basic number processing skills such as the ability to process numerical magnitudes. A key issue in this recent field of research is whether non-symbolic magnitude processing predicts mathematics achievement. An alternative account posits that accessing non-symbolic magnitudes from symbolic numbers is the real predictor. In this study, we use a longitudinal predictive design. We expand extant research by analyzing the role of two-digit numbers. Fifty-two first grade students are involved in the study. Their numerical magnitude processing skills, both symbolic and non-symbolic (one-and two-

(1) This study was supported by a grant from the Ministry of Economy and Competitiveness (grant no. PSI2015-66802-P).

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

digit numbers), are evaluated at school entry. Two years later, we assess their mathematics achievement. Hierarchical regression analyses show that processing symbolic magnitudes of large quantities (two-digit numbers) is the most robust predictor for later math achievement. Results are interpreted in terms of their educational implications. Findings call attention on developing appropriate screening tools to identify students at risk for later mathematics difficulties.

Keywords: mathematics achievement, primary school, number processing, numerical magnitude processing, approximate number system

Resumen

Recientes investigaciones sugieren que las diferencias individuales en ejecución matemática están relacionadas con las habilidades de procesamiento numérico básico, tales como la capacidad para procesar magnitudes numéricas. Una cuestión clave en este reciente campo de investigación es qué habilidades relacionadas con el procesamiento de magnitudes predicen la ejecución en matemáticas, el procesamiento de magnitudes no simbólicas o el acceso a esas magnitudes desde los números simbólicos. En este estudio extendemos esta investigación analizando el rol del tamaño de las magnitudes utilizando un diseño predictivo longitudinal. Cincuenta y dos participantes de 1º de Educación Primaria fueron evaluados en tareas de procesamiento de magnitudes numéricas, tanto simbólicas como no simbólicas con cantidades grandes y pequeñas, y dos años después se les evaluó en ejecución matemática. Los análisis de regresión jerárquica muestran que el procesamiento de magnitudes simbólicas de cantidades grandes (dos dígitos) es un predictor más robusto de la futura ejecución matemática que las demás medidas de procesamiento de magnitudes. Estos resultados se interpretan en términos de sus implicaciones educativas, específicamente en aspectos relacionados con la identificación temprana de estudiantes en riesgo de presentar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, algo prioritario en cualquier sistema educativo desde el punto de vista de la prevención.

Palabras clave: ejecución matemática, educación primaria, procesamiento numérico, procesamiento de magnitudes numéricas, sistema numérico aproximado

Introduction

The study of individual differences in mathematics has generated an important body of research aiming to uncover factors that explain such differences. A variety of domain-general factors (e.g., working memory, executive functions, processing speed) and domain-specific factors have been suggested (LeFevre, Wells, & Sowinski, 2016). Among the later, the ability to process numerical magnitudes has attracted a wealth of research in the last ten years (see Lyons & Ansari, 2015, for a review). It is widely acknowledged that such ability to process and represent numerical magnitudes relates to math achievement longitudinally. This study aims to further explore that effect. Specifically, the objective of this research is to investigate whether children's individual differences in numerical magnitude processing and representing skills at school entry predict arithmetic achievement two years later. The suggested timeframe is relevant, as children at school entry do not master the arithmetic skills that are evaluated two years later. The following paragraphs provide an updated review of the most recent research in the field.

Numerical magnitude processing and mathematics achievement

There is evidence that humans (as well as other non-human animals) are equipped with an innate mechanism that allows representing and processing non-symbolic numerical magnitudes (Dehaene, 2011). This mechanism is known as the approximate number system (ANS), a primitive non-verbal representational system that does not depend on explicit teaching, and allows individuals to discriminate non-symbolic quantities (Feigenson, Dehaene, and Spelke, 2004). Discrimination acuity is governed by Weber's law. Thus, discrimination between two magnitudes depends on their relative ratio rather than on absolute difference. The most widely used task to measure ANS acuity is non-symbolic magnitude comparison (e.g., Libertu, Feigenson and Halberda, 2011). In this task, participants are presented with two arrays of dots, and prompted to decide which array has more dots. Response time and accuracy decrease as the ratio or distance between magnitudes increases. It is assumed that numerical magnitudes are represented in an approximate way (i.e., as a Gaussian distribution around a specific magnitude) on a hypothetical mental number line. Thus, the effects of ratio and distance are due to greater representational overlaps when magnitudes are closer on that mental line. In this sense, distance and ratio effects are widely acknowledged as acuity indicators of numerical

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

magnitude representation. Importantly, the size of these effects decreases with age, leading to increasingly accurate representations (Halberda & Feigenson, 2008).

Although ANS representations are approximate and differ from symbolic representations—exact representations of quantities—, it has been suggested that ANS may be the foundation on which symbolic numerical skills are built (Dehaene, 2011). Symbolic numerical magnitudes would be projected onto pre-existing ANS representations when symbols are learned to represent numbers (Barth, Starr, & Sullivan, 2009; Lipton & Spelke, 2005; Mundy & Gilmore, 2009; but see Reynvoet & Sasanguie, 2016, for an alternative explanation). Indeed, distance and ratio effects also occur in symbolic magnitude comparison tasks wherein subjects are required to compare Arabic digits or verbal numbers. This finding points towards a representational overlap in the mental number line as magnitude representations are activated when symbolic numbers are processed. Whilst it is not clear yet how symbols are projected onto ANS representations (see Leibovich & Ansari, 2016, for a review of this issue), it has been suggested that ANS plays an important role in learning symbolic mathematics. A significant number of studies have found that individual differences in ANS acuity relate to mathematics achievement. Two recent meta-analyses (Chen & Li, 2014; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014) have shown a moderate, but significant relationship between non-symbolic numerical magnitude processing and arithmetic achievement. However, results are less conclusive when both non-symbolic and symbolic magnitude processing skills are jointly analyzed. For example, in a narrative review, De Smedt, Noël, Gilmore and Ansari (2013) reported that only 44% of empirical studies analyzed in that review had a significant relationship between maathematics achievement and non-symbolic numerical magnitude processing. Importantly, 76% of the studies had a significant association with symbolic numerical magnitude processing. Similarly, another recent meta-analysis that included both non-symbolic and symbolic numerical magnitude comparison measures (Schneider et al., 2017), revealed that the effect size was significantly larger for the association between mathematics achievement and symbolic magnitude comparison. In sum, whilst extant research acknowledges that numerical magnitude processing can be foundational for mathematics learning, findings remain inconclusive. It is unknown whether non-symbolic, symbolic, or both numerical magnitude processing skills influence mathematic achievement (Orrantia et al., 2017).

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

In this context, it is worth noting a limitation of extant research. Most studies have included one-digit magnitude comparison tasks (i.e., Arabic numbers 1 to 9) (e.g., Xenidou-Dervou, Molenaar, Ansari, van der Schoot, & van Lieshout, 2017), and have sidelined that the development of numerical magnitude knowledge implies increasingly accurate representations of a widening range of numbers on a hypothetical mental number line (see The Integrated Theory of Numerical Development, Siegler, 2016). Indeed, children with relatively accurate representations of one-digit numbers may have less accurate representations of two-digit numbers. This has been reported on symbolic magnitude comparison tasks (e.g., Ashkenazi, Mark-Zigdon, & Henik, 2009) and number line tasks. In number line tasks, participants are required to estimate the place of a number on a bounded number line (i.e., 0-10 or 0-100) (e.g., Bertelletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, & Zorzi, 2010). Performance on this task would reflect participant's ability to translate symbolic numbers onto non-symbolic magnitude representations. Thus, it is important to analyze to what extent two-digit magnitude processing skills at school entry relate to arithmetic achievement since, firstly, two-digit numbers are usually introduced at that point; and secondly, one-digit arithmetic activities are scarce from that point onwards. To date, there is only one study looking at this particular relationship in children. Xenidou-Dervou et al. (2017)[2] run a longitudinal study wherein symbolic and non-symbolic magnitude comparison skills are factored with number size (1-9 vs. 6-70). The study span the kindergarten years and first year of formal education. Math achievement is assessed at the end of K-2. Their findings indicate that each measure follows a different evolutionary trajectory. More importantly, two-digit magnitude comparison is the most robust predictor of math achievement (beyond domain-general factors such as intelligence). It is worth noting that their magnitude comparison measures were based on accuracy (percentage of errors) and response times (RT), which may reflect how accurately ANS representations are accessed from symbolic numbers or, alternatively, how efficiently individuals process symbolic numerical information (De Smedt et al., 2013). Therefore, it is important to analyze whether other measures that explicitly tackle participants' access to magnitude representations—*numerical distance effect*—are predictors of mathematics achievement.

(2) Linsen, Verschaffel, Reynvoet, and De Smedt (2014) also analyzed the relationship between numerical magnitude processing and mathematics achievement with small and large quantities, but their Study—cross-sectional—was run with older children.

The aim of the current study is to analyze whether children's non-symbolic and symbolic magnitude processing and representing skills at school entry predict mathematics two years later. Additionally, it is explored whether that effect depends on number size. To that end, and in line with extant literature, magnitude comparison tasks (symbolic and non-symbolic) with small and large quantities are considered. Two types of measures are taken from each task, task performance or efficacy in numerical magnitude processing—error rate and RT—, and other measure reflecting magnitude representation accuracy. Combining different types of measures in the same study would provide valuable information on how individual differences in representing and processing numerical magnitudes impact math achievement. To investigate to what extent children's numerical magnitude processing and representing skills explain math achievement beyond domain-general factors, a test of general cognitive skills is also administered along with a computerized processing speed task. Since the association between numerical magnitude processing and math achievement depends on how mathematics is defined (ranging from general math achievement measures to specific measures such as arithmetic skills; see Schneider et al, 2017), two mathematics measures are considered—a standardized test of elementary arithmetic skills (problem solving and mental calculation) and a task assessing children's conceptual knowledge of additive properties.

Method

Participants

Data from the current study were drawn from an ongoing large-scale longitudinal study examining the interplay of symbolic and non-symbolic magnitude processing skills. Fifty-five first grade students (*M*= 75 months, *SD*= 4 months) participated in the study. Sampled children were from two classes of the same school. The school was located in a middle-level socioeconomic area in Salamanca. Three participants were excluded for not completing all tasks. Thus, statistical analyses were performed on data from 52 students (24 females and 28 males). Parents provided informed written consent. Experimental procedures were approved by Human Experimentation Ethics Committee of the University of Salamanca (Spain)

Instruments

Large non-symbolic magnitude comparison (LNSC)

This is the most widely used task to measure ANS acuity. Each trial consisted of the presentation of two arrays of dots on both sides of a computer screen (15 inches). Participants were asked to indicate which array showed more dots by pressing a key, S (left) or L (right). The number of dots in the arrays varied from 6 to 60 points, with each pair depicting a ratio of .50, .66 and .75. The test consisted of 90 trials (30 per ratio) presented in two blocks (45 per block). Five practice trials were presented at the beginning of each block. Each trial began with a fixation point (1000 ms), followed by two arrays of dots that remained on screen for a limited time (1500 ms) to avoid counting. Half of trials were positively correlated (i.e., items in less numerous arrays were smaller and occupied a smaller area than those in more numerous arrays), and half of trials were negatively correlated (i.e., items in less numerous arrays were bigger and occupied a larger area than those in more numerous arrays).

Two-digit symbolic magnitude comparison (2SC)

In this task participants were asked to compare an Arabic number displayed in the middle of a computer screen against a fixed reference number (55) by pressing a key (L: displayed number is larger than reference number; S: smaller than reference number). All numbers between 31 and 79 (except reference number 55) were presented twice. Ninety-six trials were administered in two blocks (45 per block). Five practice trials were presented at the beginning of each block. Each trial began with a fixation point (1000 ms). Numbers remained on screen until participant’s response.

Small non-symbolic magnitude comparison (SNSC)

This task was similar to LNSC. Arrays of dots were replaced with arrays of filled squares. The number of squares in each array ranged from 1 to 9 squares, with each pair of arrays depicting distances ranging from 1 to 6. The test consisted of seventy-two trials presented in two blocks (36 trials per block). Five practice trials were presented at the beginning of each block.

One-digit symbolic magnitude comparison (1SC)

This task was similar to SNSC. Arrays of filled squares were replaced with the corresponding Arabic numbers.

Mathematics achievement

Children completed a standardized measure of elementary arithmetic skills (Arith), the Numerical Calculation and Numerical-Verbal Problems tests of the Differential and General Aptitude Battery (BADyG; Yuste, Yuste, Martínez, & Galve, 2012).

Additionally, a non-standardized arithmetic word problem-solving task was administered—mental calculus (MC). In this task, the fluency with which magnitude information is available from numbers is important. The task consisted of 12 one-step Change 1, 2 and 3 word problems (according to Riley, Greeno, & Heller, 1983). Word problems were rephrased so questions were always stated in the first sentence of each problem. Simulating the action described in the problem (Brissiaud & Sander, 2010) allowed solving half of problems. For instance, in the word problem "How many marbles does Peter have now, if at the beginning of a game he had 42 marbles and then he lost 3 marbles?" children can simulate the action and directly subtract from the minuend. The remaining problems required children to activate their conceptual knowledge of arithmetic principles (i.e., commutability, inverse reference between addition and subtraction) to solve the problems. For instance, in the word problem "How many marbles Peter has now, if at the beginning of a game he had 42 marbles and then he lost 39 marbles" a direct simulation of the action would involve a high cognitive cost (Brissiaud & Sander, 2010). In contrast, the activation of strategies based on inverse reference would allow children to quickly determine how many marbles must be added to the subtrahend in order to reach the minuend. To ensure the use of these strategies, response time was limited to a maximum of 6

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

seconds. Furthermore, one of the terms/numbers (or both) was between 30 and 70 (the operation always involved a change of tens), and the other number or the distance between the two large numbers was 3 or 4.

Control tasks

Intellectual ability

The ICCE Intelligence Test (Yuste, Franco, & Palacios, 2013) was used. The test is a general intelligence measure that includes verbal, numerical, spatial, and logical reasoning factors.

Processing speed (PS)

This task was included to control for individual differences in reaction time when children were asked to press a key (computerized tasks). Two squares (one black and one red) were presented on both sides of a computer screen. Participants had to indicate where the red square was by pressing a key as quickly as possible, S (left) or L (right). The task consisted of 20 trials.

Procedure and Design

Computerized tasks were administered individually in a quiet room at the school. Presentation of stimuli and data collection were controlled with Cedrus SuperLab™ software. Computerized tasks along with other tasks not included in the current study were administered during the first year of formal school (April to May). Scores on the intelligence test were provided by the school. Mathematics achievement measures were collectively administered two years later.

In line with the taxonomy of Ato, López and Benavente (2013), the current correlational study involved an associative strategy exploring the relationships between variables. Specifically, it was longitudinal predictive design, in which we analyzed a single sample by taking measurements at two different time points. Data were analyzed with SPSS. Repeated measures ANOVA were conducted to evaluate ratio and distance effects. Subsequently, Pearson correlations and hierarchical regression analyses were run to investigate the effects of predictive variables on criterion variables.

Results

Analyses involving LNSC were conducted on two different measures, accuracy rate (i.e., task performance), and Weber's fraction which is an index that measures precision of the non-symbolic magnitude representation or ANS acuity (see procedure in Halberda & Feignson, 2008). Larger Weber's fractions reflect lower ANS acuity. Descriptive information is presented in Table 1. Regarding 2SC, scores were firstly grouped into 6 different slots. Each slot related to a distance range (e.g., distance 1 included numbers 51-54 and 56-59, which were 1-to-4 units from 55; distance 2 included numbers 47-50 and 60-63, and distance 6 included numbers 31-34 and 76-79). Then, adjusted response times (adjRT) were calculated for each slot. AdjRTs combined speed and accuracy to control for potential speed-accuracy trade-offs (response times were divided by proportion of hits). Two measures were taken, one for task performance (mean adjRTs), and another measure reflecting precision of the magnitude representation—size of the distance effect (DE). DEs were computed by calculating individual slopes on the basis of a linear regression in which adjRTs were predicted by distance (with steeper slopes indicating larger distance effects). It is assumed that the slope should be negative, because the greater the distance, the smaller the RT. A steeper slope would suggest a less precise magnitude representation. Similar task performance (mean of adjRTs) and representational precision measures (distance effect) were calculated for SNSC and 1SC. Task performance scores would relate to children's magnitude processing skills whereas precision measures would relate to magnitude representation skills.

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

TABLE I. Mean RT (and standard deviation) in milliseconds, and accuracy rates (proportion of hits) per distance and ratio for tasks addressing numerical magnitude.

		DISTANCE					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2SC	RT	1731 (443)	1523 (415)	1430 (418)	1419 (425)	1404 (389)	1350 (419)
	AC	.76 (.16)	.82 (.18)	.86 (.16)	.88 (.13)	.88 (.14)	.91 (.10)
1SC	RT	1284 (323)	1210 (308)	1155 (257)	1164 (310)	1132 (286)	1091 (276)
	AC	.88 (.12)	.90 (.10)	.94 (.06)	.95 (.05)	.95 (.05)	.97 (.03)
SNSC	RT	1332 (360)	1251 (363)	1148 (287)	1121 (237)	159 (249)	158 (250)
	AC	.80 (.14)	.89 (.11)	.92 (.09)	.95 (.08)	.97 (.07)	.97 (.07)
		RATIO					
		0.50	**0.66**	**0.75**			
LNSC	AC	.76 (.12)	.65 (.10)	.62 (.10)			

Note: 2SC = Two-digit symbolic magnitude comparison; 1SC = One-digit symbolic magnitude comparison; SNSC = Small non-symbolic magnitude comparison; LNSC = Large non-symbolic magnitude comparison.

We conducted separate repeated measures analyses of variance in order to verify ratio and distance effects on each magnitude comparison task. Ratio (3 levels: 0.50, 0.66 and 0.75) and distance (6 levels: distance 1 to 6) were within-subjects factors. As expected, the analyses revealed a ratio effect in the LNSC task, F (2,102) = 60.82, p <. 0001, η_p^2 =. 54, indicating that the proportion of hits decreased with increasing ratios (see Table 1). Similarly, the analyses also revealed a distance effect in the remaining tasks [F (5,255) = 20.09, p <. 0001, η_p^2 =. 28; F (5,255) = 19.31, p <. 0001, η_p^2 =. 27; and F (5,255) = 62.06, p <. 0001, η_p^2 =. 55; 2SC, 1SC, and SNSC, respectively], which suggested that adjRT decreased as distance increased (see Table 1). Similar results have been systematically reported in previous studies.

Pearson correlation coefficients (Table 2) were calculated to analyze the relationship between measures of magnitude processing and mathematics achievement. No significant correlation was revealed between LNSC measures (task performance and representational precision) and mathematics achievement. SNSC (representational precision) only correlated with standardized measures of math achievement (arithmetic achievement). The remaining measures significantly correlated with both measures of mathematics achievement, arithmetic and MC. Higher scores in math measures related to shorter RTs and smaller distance effects.

TABLA II. Pearson correlations between magnitude-related measures and mathematics achievement (arithmetic, and mental calculus—MC)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Arithmetic	_	81**	.08	-.08	-.57**	.45**	-.38**	.38**	-.48**	.34*
2 MC			-.01	-.20	-.57**	.48**	-.20	.35*	-.34*	.35*
3 LNSC (DE)			_	.83**	-.02	-.18	-.24	.19	-.14	-.05
4 LNSC (w)				_	.09	-.18	-.17	.02	.04	-.17
5 2SC (Eff)					_	-.29*	.41**	-.46**	.50**	-.54**
6 2SC (DE)						_	-.18	.03	-.14	.07
7 SNSC (Eff)							_	-.70**	.55**	-.31*
8 SNSC (DE)								_	-.48**	.48**
9 1SC (Eff)									_	-.40**
10 1SC (DE)										_

Note: 2SC = Two-digit symbolic magnitude comparison; 1SC = One-digit symbolic magnitude comparison; SNSC = Small non-symbolic magnitude comparison; LNSC = Large non-symbolic magnitude comparison; DE = distance effect; Eff = task performance.
* $p < .05$ * $p < .01$

Finally, two hierarchical regression analyses (Table 3) were run to explore the contribution of each numerical magnitude measure to variance in mathematics achievement. These analyses were run separately for MC and arithmetic. Step 1 included domain-general measures—intelligence and processing speed—to control for general cognitive skills. In Step 2, magnitude-related measures that showed a significant correlation with math achievement and MC were entered into the regression analyses.

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

TABLA III. Hierarchical regression analyses with math achievement (Arithmetic and MC)

	Arithmetic				MC			
Step	Predictor	ß	t	R^2	Predictor	ß	t	R^2
1	Intelligence	.22	1.81[a]	.29	Intelligence	.32	2.69*	.35
	PS	-.07	-.43		PS		.06	.44
2	SNSC (Eff)	-.02	-.10	.52	SNSC (DE)	.10	.79	.54
	SNSC (DE)	.09	.55		1SC (Eff)	-.10	-.80	
	1SC (Eff)	-.26	-1.88[b]		1SC (DE)	.06	.48	
	1SC (DE)	-.01	-.08		2SC (Eff)	-.31	-1.77[c]	
	2SC (Eff)	-.20	-1.12		2SC (DE)	.26	2.22*	
	2SC (DE)	.26	2.19*					

Note: 2SC = Two-digit symbolic magnitude comparison; 1SC = One-digit symbolic magnitude comparison; SNSC = Small non-symbolic magnitude comparison; LNSC = Large non-symbolic magnitude comparison; DE = distance effect; Eff = efficacy.
* $p < .05$ [a] $p = .08$ [b] $p = .06$ [c] $p = .08$

In the first hierarchical regression analysis (arithmetic achievement as DV), the full model accounted for 52% of the variance, F (8, 43) = 5.72, p <. 0001. Magnitude measures accounted for 23% of the variance above and beyond the effect of control variables, F (6, 43) = 3.34, p <. 001. However, only the DE in 2SC was a significant predictor. Task performance in 1SC approached the statistical levels of significance. In a second hierarchical regression analysis (MC as DV), the full model explained 54% of variance, F (7,44) = 7.43, p <. 0001, and magnitude measures accounted for 19% of variance above and beyond the effect of control variables, F (5, 44) = 3.63, p <. 001. In this case, again, the DE in 2SC was the only significant predictor. 2SC task performance approached the statistical levels of significance. Given the moderate to high correlations between some measures, a collinearity analysis was run to detect potential multicollinearity issues. Variance inflation factors (VIF) were within acceptable range (all VIFs < 3).

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

Discussion and Conclusions

Recent research has revealed that children's ability to process and represent numerical magnitudes relates to mathematics achievement. Nevertheless, there exists controversy about the role that symbolic and non-symbolic magnitude processing skills play in that relationship. One limitation of extant investigations is that most studies have used tasks involving small quantities (one-digit). That is an important caveat when symbolic magnitude comparison skills are assessed. Since children's knowledge of symbolic numerical magnitudes expands from small numbers to large numbers (Siegler, 2016), it is necessary to explore whether a relation between numerical magnitude processing and mathematics achievement holds when large quantities are used. This is particularly relevant at school entry, as children are then required to understand and use two-digit numbers. The current study looked at this issue. Magnitude-related tasks involved non-symbolic and symbolic magnitude comparison of small and large quantities. The contribution of each task to later mathematics achievement was explored. Overall, the results showed that children's ability to process two-digit symbolic magnitudes at the beginning of formal schooling related to mathematics achievement longitudinally. That effect was independent of domain-general skills such as intellectual ability and processing speed. However, that relation was largely affected by how magnitude processing was measured. Furthermore, different conceptualizations of math achievement (arithmetic vs. mental calculus) revealed slightly different patterns of results.

Regarding the contribution of non-symbolic and symbolic numerical magnitude to children's later mathematics, results showed that non-symbolic magnitude processing of large quantities did not correlate with math achievement. Although the effect of non-symbolic magnitude processing of small quantities correlated significantly with arithmetic achievement, that effect vanished once domain-general factors and symbolic magnitude processing skills entered into the regression equation. These findings support recent research that suggests that only symbolic numerical magnitude knowledge predicts variance in mathematics achievement when both symbolic and non-symbolic magnitude processing measures are jointly explored (e. g., Lyons, Price, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013). However, results of the current study go beyond previous findings

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

by demonstrating that two-digit symbolic magnitude processing skills at school entry is the most robust predictor of later math achievement. This result is consistent with Xenidou-Dervou et al. (2017). Nevertheless, our findings provide new insights. Children's symbolic processing accuracy and speed (task performance) was not a significant predictor. In contrast, findings revealed that the distance effect was a robust predictor. High achievers showed smaller distance effects. Since smaller distance effects characterize acuity in mapping Arabic numerals onto underlying magnitudes, our results suggest that children's understanding of numerical magnitudes plays an important role in learning mathematics. It is worth noting that Linsen, Verschaffel, Reynvoet, & De Smedt (2014) also found an association between magnitude processing of large quantities and mathematics achievement. However, that relation was only linked to participants' performance (i.e., accuracy and speed), whereas the distance effect did not have a unique role in explaining mathematics achievement. Given that their data were drawn from a cross-sectional study conducted with participants of a higher educational level (third grade), findings suggest that children's awareness of numerical magnitudes of two-digit numbers at school entry translates into efficiency in processing two-digit numbers later on. Since children usually start learning two-digit numbers when they enter formal school, a lack of performance-related effects in our study is feasible. Interestingly, that finding calls attention on the "developmental" sensitivity of numerical magnitude measures to assess later risks.

In a similar vein, the current study also highlights how different measures of math achievement produce different patterns of results. Whilst the analyses revealed that a significant predictor of both, arithmetic and mental calculus was the size of the distance effect in two-digit symbolic magnitude comparison, task performance measures in one-digit symbolic magnitude comparison approached the standard levels of significance when they were correlated with arithmetic achievement. A possible explanation is that the standardized test that was used to assess mathematics achievement included a numerical calculation factor that focuses on one-digit problems. Vanbinst, Ghesquière, & De Smedt (2015) reported similar findings with children starting formal school—performance on symbolic magnitude comparison of small quantities predicted later achievement in a one-digit calculation task. In our study, mental calculation is assessed on two-digit arithmetic word problems.

Hence, it is not surprising that two-digit symbolic magnitude processing appeared as sole predictor, probably because a flexible use of arithmetic principles —such as the inverse reference principle—, requires a good understanding of the magnitudes of the numbers involved (Linsen et al., 2014).

The current study has some limitations, which mainly relate to sample size and call for further research to explore the effects that approached standard levels of significance. Therefore, findings should be interpreted with caution. In any case, the sample was homogeneous, as two classes were selected from the same school. Thus, both groups were under similar teaching methods and identical curricula. Furthermore, results of the study were consistent with previous findings.

Finally, some educational implications may be suggested. Given that a good understanding of numbers (in terms of their numerical magnitude) has been found to impact later mathematics achievement, developing assessment tools that tap on basic numerical processes such as those described in the current study may be deemed as necessary. Screening tools may contribute to early identification of students at risk of learning difficulties in mathematics—a priority in any educational system. Certainly, this approach is inspired by an ever growing and relevant development of similar tools in the reading domain. In that particular domain, another basic competence—phonological awareness—underlies individual differences in learning to read (Melby-Lervag, Lyster, & Hulme, 2012), and plays an important role in detection of at-risk students. Indeed, that has fostered a wide variety of tests that include measures related to that important competence. Despite heighten relevance of numerical magnitude processing skills in mathematics achievement, actual assessment measures do not usually list this numerical competence among to-be-assessed aspects. Furthermore, when that component is included, the number of items is rather small and there is no timing constraints. Nevertheless, the majority of the studies (including the present study) that analyzed the relevance of numerical magnitude processing skills in mathematics achievement focused on computerized paradigms, which may not always be suitable for quick application in the classroom and require specialized equipment and software (Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans, & Ansari, 2013). In this context, Nosworthy et al. (2013) designed a timed (two minutes) pen-and-paper task to evaluate children's ability to compare numerical magnitudes of small quantities (1

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

to 9). The authors found that task performance related to mathematics achievement. This finding suggests that similar tasks including large, double-digit numbers may be designed. This type of group-administered screening shows some advantages, such as rapid application, ecological validity, and minimal instruction. These features may ease potential implementations aimed at early detection of at-risk students (Brankaer, Ghesquière, & De Smedt, 2017).

In addition to the above mentioned implications, the results of this study also have implications for educational practice. Since an adequate understanding of numerical magnitudes predicts mathematics achievement, reinforcing learners' numerical magnitude processing skills in preparation for more complex mathematical contents may be a valuable learning tool. Although research in this field has not yielded conclusive results yet (De Smedt et al., 2013; Schneider et al., 2017), some mathematics curricula have already incorporated magnitude-related activities as part of early mathematics teaching. A paradigmatic example of this proposal is a Singapore publishing project, *My Pals are here*[3], aimed to reinforce students' ability to process numerical magnitudes throughout activities that connect numeric symbols with their meanings.

References

Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2009). Numerical distance, effect in developmental discalculia. *Cognitive Development, 24*, 387-400.

Ato, M., & López, J., & Benavente, A. (2013). Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología. *Anales de Psicología, 29*, 1038-1059.

Barth, H., Starr, A., & Sullivan, J. (2009). Children's mappings of large number words to numerosities. *Cognitive Development*, *24*, 248-264.

Bertelletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology, 46*, 545–551.

(3) This Project has been developed by the Marshall Cavendish publishing house for the most used textbooks in Singapore.

Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2017). Symbolic magnitude processing in elementary school children: A group administered paper-and-pencil measure (SYMP Test). *Behavior Research Methods, 49*, 1361-1373.

Brissiaud, R., & Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving: a Situation Strategy First framework. *Developmental Science, 13*, 92-107.

Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in nonsymbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica, 148*, 163–172.

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*, 48–55.

Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 123*, 53–72.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*, 307–314.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the 'number sense': The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*, 1457–1465.

Lefevre, J-O., Wells, E., & Sowinski, C. (2016). Individual differences in basic arithmetical processes in children and adults. En R. Cohen KAdosh y A. Dowker (Eds.), The Oxford handbook of numerical cognition ((pp. 895-914). Oxford: Oxford University Press.

Leibovich, T., & Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, *70*, 12-23.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science, 14*, 1292-1300.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*, *76*, 978-988.

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

Linsen, S., Verschaffel, L., Reynvoet, B., & De Smedt, B. (2014). The association between Children's numerical magnitude processing and mental multi-digit subtraction. *Acta Psychologica, 145*, 75-83.

Lyons, I. M., & Ansari, D. (2015). Foundations of Children's Numerical and Mathematical Skills: The Roles of Symbolic and Nonsymbolic Representations of Numerical Magnitude. En J. B. Benson (Ed.), *Advances in Child Development and Behavior*, Vol. 48, (pp. 93-116). Burlington: Academic Press.

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science, 17*, 714-726.

Melby-Lervåg, M., Lyster, S. H., & Hulme, C. (2012) Phonological skills and their role in learning to read: A meta-analytic review. *Psychological Bulletin, 138*, 322–352.

Mundy, E., & Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 490–502.

Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, Evans, B. & Ansari, D. (2013). A two-minute paper-and-pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school children's arithmetic competence. *PLoS ONE, 8(7)*, e67918.

Orrantia, J., San Romualdo, S., Matilla, L., Sánchez, R., Múñez, D. & Verschaffel, L. (2017). Marcadores nucleares de la competencia aritmética en preescolares. *Psychology, Society, & Education, 9*, 121-124.

Reynvoet, B., & Sasanguie, D. (2016). The symbol grounding problem revisited: a thorough evaluation of the ANS mapping account and the proposal of an alternative account based on symbol-symbol associations. *Frontiers in Psychology, 7*:1581.

Riley, N. S., Greeno, J., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology, 114*, 418-431.

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science,* 20: n/a, e12372. doi:10.1111/desc.12372.

Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: the common core of numerical development. *Developmental Science, 19*, 341-361.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Does numerical processing uniquely predict first graders' future development of single-digit arithmetic? *Learning and Individual Differences, 37*, 153-160.

Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. D. M. (2017). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction, 50,* 1-13.

Yuste, C., Franco, J., & Palacios, J. M. (2013). *Test ICCE de Inteligencia*. Madrid: ICCE Publicaciones.

Yuste, C., Yuste, D., Martínez, R. & Galve, J. L. (2012). BADyG. Batería de Aptitudes Generales y Diferenciales. Madrid: CEPE.

Información de contacto: Josetxu Orrantia. Universidad de Salamanca. Facultad de Educación. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Pº de Canalejas, 169. 37008 Salamanca. E-mail: orrantia @usal.es

Received: 04-07-2017 Accepted: 24-02-2018